Урок близился к завершению…

М.БОНДАРОВ

Да, урок по теме «Равноускоренное движение» действительно близился к завершению, но до звонка оставалось еще несколько минут. Анатолий Иванович с загадочным видом посмотрел на девятиклассников, и все поняли, что сейчас что-то произойдет. И не ошиблись…

«Готовясь к сегодняшнему уроку, – начал учитель, – я вспомнил случай из биографии Ричарда Фейнмана. Когда он учился в школе, то нередко участвовал в соревнованиях по алгебре. Ученикам давались задачи, для решения которых требовалось то, что сегодня назвали бы нестандартным мышлением, и выделялось строго ограниченное время на их решение – обычно 45 секунд. На листе бумаги можно было писать что угодно, но в конце концов каждый участник должен был обвести в кружок одно число на своем листе, которое и было ответом на задачу. Задачи намеренно выбирались так, что решить их «по правилам» за отведенное время было практически невозможно, но они легко решались, если вы видели короткий путь (или изобретали свой собственный). Фейнман всегда побеждал в таких состязаниях, записывая число и нарочито обводя его в кружочек, хотя зачастую на его листе больше ничего и не было».

Анатолий Иванович остановился и обвел глазами притихших учеников. «Сегодня я подобрал для вас интересную задачу и хочу, чтобы вы оказались в положении юного Фейнмана. Правда, на размышление в первый раз дам вам три минуты. Итак, вот условие задачи:

Автомобиль, двигаясь равнозамедленно, за последовательные промежутки времени в 3 с и 2 с прошел отрезки AB и BC в 51 м и 24 м соответственно. Какой путь пройдет автомобиль от точки C до остановки?

Время пошло!»

После команды «стоп» на стол учителя легли три листочка – и все с правильным ответом. «Что ж, давайте заслушаем авторов: пусть поделятся своими секретами».

Знаменитый алгебраист Андрей скромно пояснил: «Я записал систему уравнений и, к счастью, успел ее решить».

Геометр Гена сказал, что применил рассмотренный на одном из предыдущих уроков графический способ решения кинематических задач.

А на листочке любителя арифметики и журнала «Квант» Филиппа красовалось только обведенное в кружок число 25. «Юный Ричард второй!» – крикнул кто-то с последней парты, и все засмеялись.

Анатолий Иванович тоже улыбнулся и сказал: «Ну, вот вы и узнали верный ответ к задаче, а это дорогого стоит. Попробуйте дома поразмыслить над задачей и, возможно, придумаете свой способ решения».

И в это время прозвенел звонок. Однако народ требовал объяснений: «Пусть расскажут подробнее, как за три минуты можно успеть!»

Объяснения, действительно, последовали, но мы, как и Анатолий Иванович, советуем вам сначала решить эту задачу самостоятельно.

Рассказ Андрея. Я дважды применил формулу зависимости перемещения от времени при равнозамедленном движении $s = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ для первых трех и пяти секунд движения:

$$51 = v_0 \cdot 3 - \frac{9a}{2}, \quad 75 = v_0 \cdot 5 - \frac{25a}{2},$$

откуда легко нашел:

$$v_0 = 20 \text{ м/с и } a = 2 \text{ м/с}^2 .$$

Затем определил весь путь до остановки:

$$s_0 = \frac{v_0^2}{2a} = 100 \text{ м},$$

после чего вычислил искомый путь:

$$s = 100 \text{ м} - 51 \text{ м} - 24 \text{ м} = 25 \text{ м}.$$

Рассказ Гены. Я начертил примерный график зависимости скорости от времени ($v = v_0 - at$). Определив среднюю скорость за первые три секунды: $v_{ср1} = 51 \text{ м} / 3 \text{ с} = 17 \text{ м/с}$ и за следующие две секунды: $v_{ср2} = 24 \text{ м} / 2 \text{ с} = 12 \text{ м/с}$, построил на графике средние линии трапеций, соответствующие этим скоростям. Легко видеть, что за 2,5 с скорость уменьшилась на 5 м/с, значит, ускорение равно по модулю 2 м/с^2. Зная, что через 4 с после начала движения скорость автомобиля была 12 м/с, находим его скорость в точке C – это 10 м/с. Ясно, что после этого автомобиль тормозил до остановки 5 с. Из графика находим площадь треугольника, численно равную искомому пути:

$$s = \frac{10 \text{ м/с} \cdot 5 \text{ с}}{2} = 25 \text{ м}.$$

Рассказ Филиппа. Я сразу понял, что смогу обогнать Андрея и Гену лишь в том случае, если не буду пытаться решать задачу алгебраическими и геометрическими способами, которыми они владеют лучше, а попробую придумать что-нибудь похитрее. Поэтому я решил применить метод угадывания ответа (о котором читал в одном из номеров «Кванта»). Вспомнилось мне также, что еще в 7 классе Анатолий Иванович рассказывал о методе обратимости времени.

Итак, мысленно пустим время вспять, и будем рассматривать автомобиль, который в этом случае разгоняется, трогаясь с места. Тогда пройденный от начала движения путь определяется по формуле $s = at^2/2$. Мы не знаем, чему равно ускорение автомобиля, но предположим, что оно составляет 2 м/с^2 (ведь, как правило, в обычных задачах оно не превышает 5 м/с^2). К тому же, сокращается «двойка» в формуле для пути, и пройденный путь оказывается не просто пропорционален квадрату времени движения, а численно равен ему. Если теперь предположить, что на искомом пути автомобиль двигался целое число секунд, то этот путь тоже равен не просто целому числу метров, а квадрату некоторого целого числа. Причем квадратами будут и все другие пути, пройденные автомобилем от начала движения за целое число секунд. Придется заняться перебором.

Пусть искомый путь равен 1 метру. Тогда 1 + 24 = 25 – квадрат, но 1 + 24 + 51 = 76 – уже не квадрат, значит, ответ «1 метр» – не подходит. Дальше я попробовал следующий квадрат – 4 метра. Но 4 + 24 = 28 – не квадрат, значит, снова не угадал. Не подходят и 9, и 16 метров. Пробую 25, и тут, наконец, победа – вокруг одни квадраты: 25 + 24 = 49, 25 + 24 + 51 = 100. Ответ найден!

А какой из способов решения пришелся по душе вам?